| | |
|---|---|
| UNISOCIESC Educação e Tecnologia | TRABALHO |
| Disciplina: *Cálculo III* | Turma: *E____331* |
| Professor: *Milton* | Data: *maio /2014* |

# Ótica – Reflexão

Rebello -2014

**Fundamentação:**

O cálculo vetorial, encontra um campo fértil na área de ótica, principalmente em computação gráfica, para conduzir matematicamente as deformações das imagens dos objetos refletidos nas superfícies, e também, produzir os efeitos de iluminação necessários para criar uma aproximação de realidade para os objetos representados.

Mão com esfera refletora
Litografia-1935: Escher

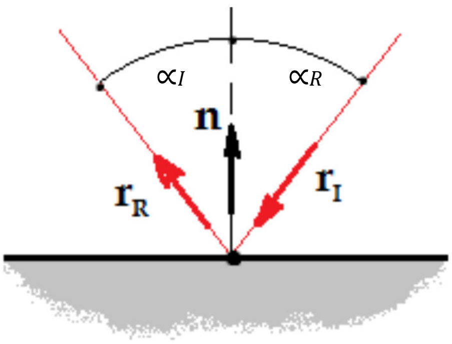
GP –Interlagos refletido no visor

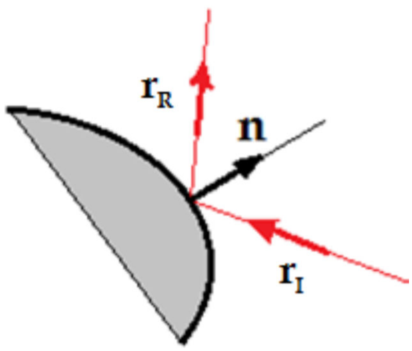
Um dos conceitos de ótica mais primários se refere às leis da reflexão.
O processo de reflexão ocorre quando um feixe delgado de luz atinge uma superfície polida sendo refletido. Esta reflexão é regida por duas leis:

a) O raio incidente ($r_I$), raio refletido ($r_R$) e a normal ($n$) ao plano no ponto de incidência, são coplanares;

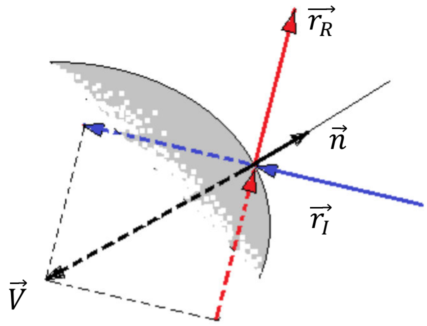
b) O ângulo de incidência ($\propto_I$) é igual ao ângulo de reflexão ($\propto_R$).

Fica claro, que estas condições não só atendem à superfície plana, mas à qualquer superfície.



Vamos considerar o vetor $\overrightarrow{r_I}$ com o raio que incide à superfície no ponto P. Podemos deduzir o vetor $\overrightarrow{r_R}$ com base nas leis da reflexão em relação ao vetor unitário $\vec{n}$, normal à superfície:




$\vec{V}$ = o dobro da projeção de $\overrightarrow{r_I}$ sobre $\vec{n}$

$\vec{V} = 2\,(\overrightarrow{r_I} \,.\, \vec{n})\,\vec{n}$

No retângulo tracejado, vemos que:
$\overrightarrow{r_R} + \vec{V} = \overrightarrow{r_I}$

Então: $\overrightarrow{r_R} = \overrightarrow{r_I} - \vec{V}$

A determinação do vetor normal unitário $\vec{n}$ representa uma das aplicações do gradiente de função escalar de superfície S(x, y, z) = k (superfície de nível).

$$\vec{n} = \frac{\nabla S}{|\nabla S|}$$

Dessa forma podemos conduzir a trajetória do feixe refletido pela equação vetorial de reta

$$\vec{r}(t) = \vec{P} + \mathrm{t}\,\overrightarrow{r_R}\,,$$

onde P é o ponto de incidência.

**Problema proposto:**

Considere uma superfície perfeitamente polida definida por $S(x, y, z) = k$ e a figura definida no plano $z = 0$ (ambos fornecidos) . Imagine o feixe de luz que se ergue verticalmente a partir de cada ponto pertencente à figura incidindo sobre a superfície polida $S(x, y, z) = k$ . Determine a trajetória de cada feixe refletido e represente a imagem projetada, a partir destes, sobre o plano solicitado, também fornecido ($x = 0$ $ou$ $y = 0$).

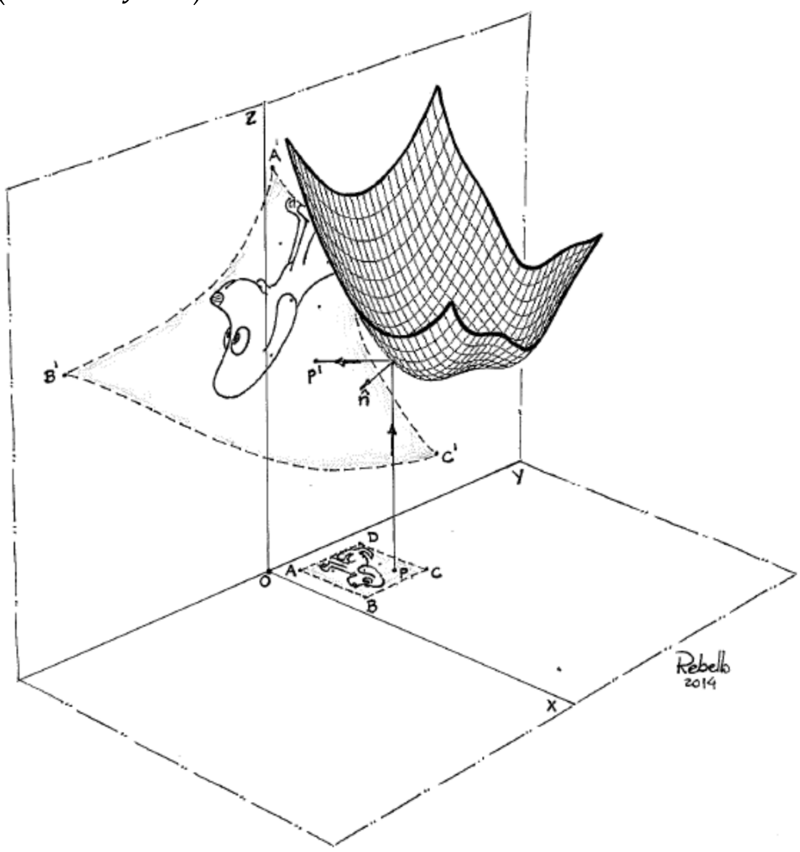



Figura: Exemplo de projeção sobre o plano $yz$ (x = 0).

**Objetivos:**

Determinar 12 pontos da figura + 4 vértices do quadrado no plano $xy$ ($z$ = 0);
Determinar os 16 pontos de incidência vertical na superfície dada;
Determinar o vetor gradiente da função S($x$, $y$, $z$) em cada um dos 16 pontos;
Determinar os respectivos vetores normais à superfície;
Construir a equação vetorial correspondente à trajetória de cada feixe refletido;
Determinar as interseções das trajetórias como o plano ($x = 0$ *ou* $y = 0$) conforme pedido;
Fazer a representação gráfica da figura original (plano $z$ = 0) evidenciando os pontos escolhidos e
Fazer a representação gráfica da figura projetada com os pontos calculados.

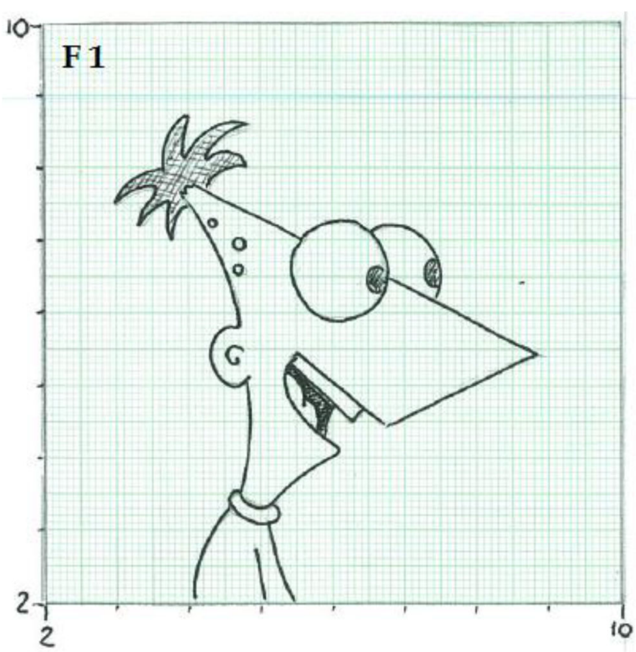
**Equipes de 3 alunos**

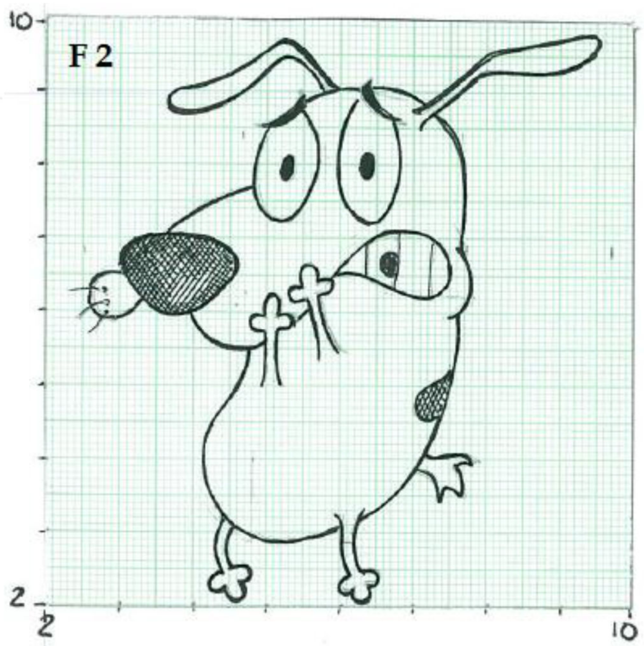
Cada equipe deve pegar com o professor:

- uma superfície S($x$, $y$, $z$);
- o plano de projeção ($x = 0$ *ou* $y = 0$) e
- uma figura.

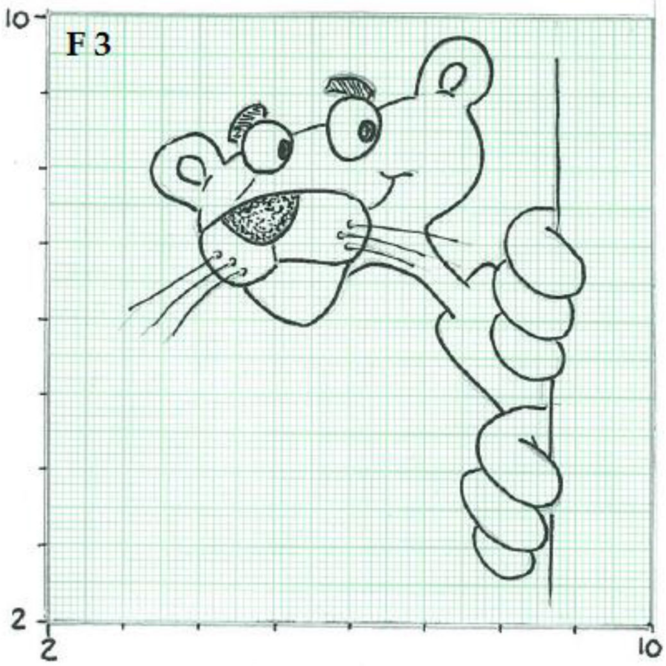
| | **Superfície** | **Plano de projeção** |
|---|---|---|
| S1 | $(x/4) + (x-14)^2/8 + (y-2)^2/10 - z + 8 = 0$ | $x = 0$ |
| S2 | $(x-12)^2/12 - (1/y) + (y-10)^2/16 - z + 5 = 0$ | $x = 0$ |
| S3 | $(x-13)^2/10 + (y/4) + (y-15)^2/12 - z + 15 = 0$ | $x = 0$ |
| S4 | $(x-10)^2/10 - (xy/15) + (y+1)^2/12 - z + 10 = 0$ | $x = 0$ |
| S5 | $(x-12)^2/12 + (2/x) + (y-10)^2/8 - z + 2 = 0$ | $x = 0$ |
| S6 | $(x-13)^2/10 - sen(xy/30) + (y-10)^2/12 - z + 20 = 0$ | $x = 0$ |
| S7 | $-(x/3) + (x-15)^2/12 + (y-14)^2/8 - z + 12 = 0$ | $y = 0$ |
| S8 | $(x-5)^2/10 - (y/2) + (y-13)^2/6 - z + 6 = 0$ | $y = 0$ |
| S9 | $(x+2)^2/8 - (xy/12) + (y-10)^2/10 - z + 10 = 0$ | $y = 0$ |
| S10 | $(x-10)^2/12 + cos(xy/30) + (y-13)^2/8 - z + 5 = 0$ | $y = 0$ |
| S11 | $(x-8)^2/15 - (1/x) + (y-12)^2/12 - z + 8 = 0$ | $y = 0$ |
| S12 | $(x-8)^2/10 - 1/(2\,y) + (y-12)^2/12 - z + 3 = 0$ | $y = 0$ |

Sugestão de imagens para o trabalho:

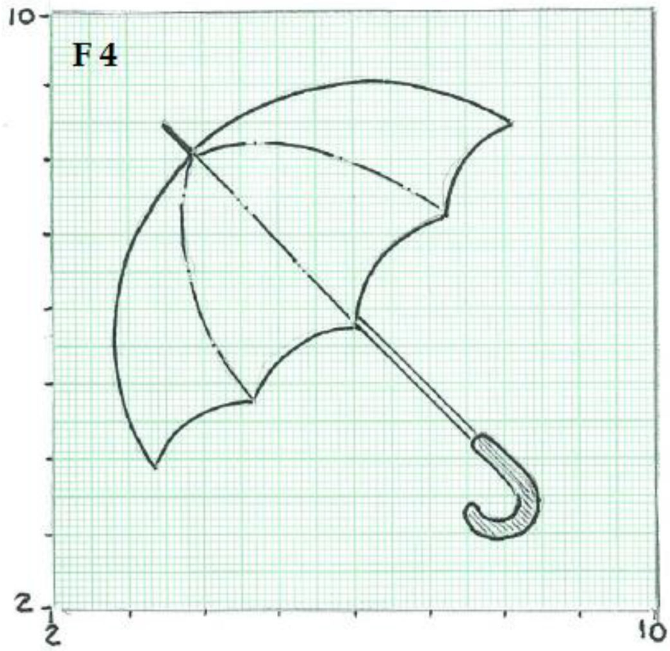


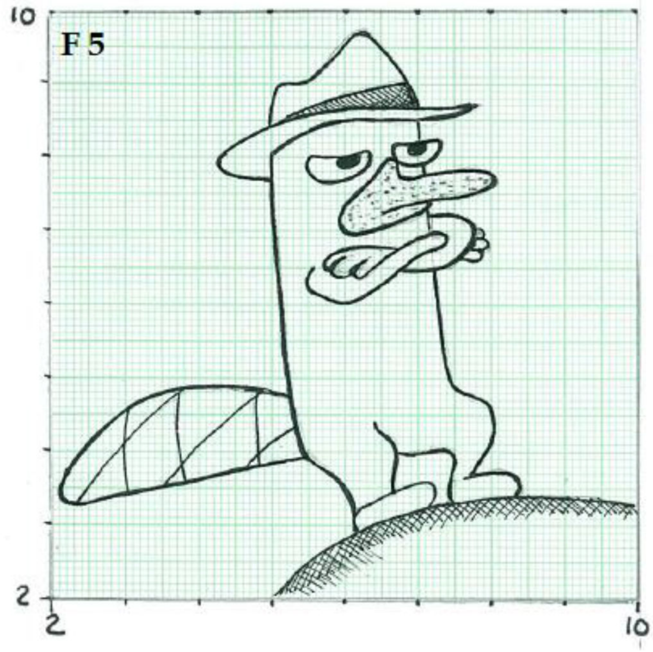
F 3



F 4



F 5



F 6